UNIVERSITÉ HASSAN II DE CASABLANCA
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES

STATISTIQUE ET PROBABILITÉS

Pr. A. BELMAATI

Département de Mathématiques

Partie II

Probabilités

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \ldots, 6\}$

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \ldots, 6\}$
Prélèvement de n objets en sortie d'une chaîne de production	

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \ldots, 6\}$
Prélèvement de n objets en sortie d'une chaîne de production	Nombre d'objets défectueux dans l'échantillon

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \ldots, 6\}$
Prélèvement de n objets en sortie d'une chaîne de production	Nombre d'objets défectueux dans l'échantillon
Lancer d'une pièce de monnaie jusqu'à la première obtention de pile	

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \dots, 6\}$
Prélèvement de n objets en sortie d'une chaîne de production	Nombre d'objets défectueux dans l'échantillon
Lancer d'une pièce de monnaie jusqu'à la première obtention de pile	Un entier $k \in \mathbb{N}$: le temps d'attente du premier succès

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \ldots, 6\}$
Prélèvement de n objets en sortie d'une chaîne de production	Nombre d'objets défectueux dans l'échantillon
Lancer d'une pièce de monnaie jusqu'à la première obtention de pile	Un entier $k \in \mathbb{N}$: le temps d'attente du premier succès
Mise en service d'une ampoule	

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \dots, 6\}$
Prélèvement de n objets en sortie d'une chaîne de production	Nombre d'objets défectueux dans l'échantillon
Lancer d'une pièce de monnaie jusqu'à la première obtention de pile	Un entier $k \in \mathbb{N}$: le temps d'attente du premier succès
Mise en service d'une ampoule	Durée de vie $T \in \mathbb{R}$

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \ldots, 6\}$
Prélèvement de n objets en sortie d'une chaîne de production	Nombre d'objets défectueux dans l'échantillon
Lancer d'une pièce de monnaie jusqu'à la première obtention de pile	Un entier $k \in \mathbb{N}$: le temps d'attente du premier succès
Mise en service d'une ampoule	Durée de vie $T \in \mathbb{R}$
Relever l'état d'une case mémoire	

Définition

Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences dont le résultat ne peut être prévu avec une totale certitudes.

Exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \ldots, 6\}$
Prélèvement de n objets en sortie d'une chaîne de production	Nombre d'objets défectueux dans l'échantillon
Lancer d'une pièce de monnaie jusqu'à la première obtention de pile	Un entier $k \in \mathbb{N}$: le temps d'attente du premier succès
Mise en service d'une ampoule	Durée de vie $T \in \mathbb{R}$
Relever l'état d'une case mémoire	$k \in \{0, 1\}$

Notions de base

Expérience (ou épreuve) aléatoire :
Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine.
On la note $\mathcal{E}$.

Notions de base

Expérience (ou épreuve) aléatoire :
Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine.
On la note $\mathcal{E}$.

Univers de $\mathcal{E}$: Ensemble des résultat possible de $\mathcal{E}$, appelé aussi ensemble fondamental, on le note Ω.

Notions de base

Expérience (ou épreuve) aléatoire :
Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine. On la note $\mathcal{E}$.

Univers de $\mathcal{E}$: Ensemble des résultat possible de $\mathcal{E}$, appelé aussi ensemble fondamental, on le note Ω.

Ensemble des parties de Ω :
Ensemble, noté $\mathcal{P}(\Omega)$, constitué de tous les sous-ensemble (parties) de Ω.

Notions de base

Expérience (ou épreuve) aléatoire :
Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine. On la note $\mathcal{E}$.

Univers de $\mathcal{E}$: Ensemble des résultat possible de $\mathcal{E}$, appelé aussi ensemble fondamental, on le note Ω.

Ensemble des parties de Ω :
Ensemble, noté $\mathcal{P}(\Omega)$, constitué de tous les sous-ensemble (parties) de Ω.

Résultat possible de $\mathcal{E}$: L'élément $\omega \in \Omega$.

Notions de base

Expérience (ou épreuve) aléatoire :
Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine. On la note $\mathcal{E}$.

Univers de $\mathcal{E}$: Ensemble des résultat possible de $\mathcal{E}$, appelé aussi ensemble fondamental, on le note Ω.

Ensemble des parties de Ω :
Ensemble, noté $\mathcal{P}(\Omega)$, constitué de tous les sous-ensemble (parties) de Ω.

Résultat possible de $\mathcal{E}$: L'élément $\omega \in \Omega$.

Événement : Un sous-ensemble de Ω. $\{w\}$, est appelé événement élémentaire de Ω.

Notions de base

Expérience (ou épreuve) aléatoire : Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine. On la note $\mathcal{E}$.

Univers de $\mathcal{E}$: Ensemble des résultat possible de $\mathcal{E}$, appelé aussi ensemble fondamental, on le note Ω.

Ensemble des parties de Ω : Ensemble, noté $\mathcal{P}(\Omega)$, constitué de tous les sous-ensemble (parties) de Ω.

Résultat possible de $\mathcal{E}$: L'élément $\omega \in \Omega$.

Événement : Un sous-ensemble de Ω. $\{w\}$, est appelé événement élémentaire de Ω.

Exp1 : $\mathcal{E} =$ "jet d'une pièce de monnaie"
$\Omega = \{P, F\}$.
$\mathcal{P}(\Omega) = \{\emptyset; \{P\}; \{F\}; \{P, F\}\}$
$\omega = P$, est un résultat possible.
A="obtenir deux piles"=$\emptyset$

Notions de base

Expérience (ou épreuve) aléatoire : Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine. On la note $\mathcal{E}$.

Univers de $\mathcal{E}$: Ensemble des résultat possible de $\mathcal{E}$, appelé aussi ensemble fondamental, on le note Ω.

Ensemble des parties de Ω : Ensemble, noté $\mathcal{P}(\Omega)$, constitué de tous les sous-ensemble (parties) de Ω.

Résultat possible de $\mathcal{E}$: L'élément $\omega \in \Omega$.

Événement : Un sous-ensemble de Ω. $\{w\}$, est appelé événement élémentaire de Ω.

Exp1 : $\mathcal{E} =$ "jet d'une pièce de monnaie"
$\Omega = \{P, F\}$.
$\mathcal{P}(\Omega) = \{\emptyset; \{P\}; \{F\}; \{P, F\}\}$
$\omega = P$, est un résultat possible.
A="obtenir deux piles"=$\emptyset$

Exp2 : $\mathcal{E} =$ "jet de deux pièces de monnaie distinguables".
$\Omega = \{(P, P); (P, F); (F, P); (F, F)\}$
$\omega = (P, P)$, est un résultat possible.
A="On obtient deux piles"=$\{$(P,P)$\}$.

Notions de base

Expérience (ou épreuve) aléatoire : Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine. On la note $\mathcal{E}$.

Univers de $\mathcal{E}$: Ensemble des résultat possible de $\mathcal{E}$, appelé aussi ensemble fondamental, on le note Ω.

Ensemble des parties de Ω : Ensemble, noté $\mathcal{P}(\Omega)$, constitué de tous les sous-ensemble (parties) de Ω.

Résultat possible de $\mathcal{E}$: L'élément $\omega \in \Omega$.

Événement : Un sous-ensemble de Ω. $\{w\}$, est appelé événement élémentaire de Ω.

Exp1 : $\mathcal{E} =$ "jet d'une pièce de monnaie"
$\Omega = \{P, F\}$.
$\mathcal{P}(\Omega) = \{\emptyset; \{P\}; \{F\}; \{P, F\}\}$
$\omega = P$, est un résultat possible.
A="obtenir deux piles"=$\emptyset$

Exp2 : $\mathcal{E} =$ "jet de deux pièces de monnaie distinguables".
$\Omega = \{(P, P); (P, F); (F, P); (F, F)\}$
$\omega = (P, P)$, est un résultat possible.
A="On obtient deux piles"=$\{$(P,P)$\}$.

Exp3 : $\mathcal{E} =$ "lancer d'un dé régulier"
$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = [1,\ 6]$,
$\omega = 2$, est un résultat possible.
A="le lancer est pair"=$\{$2,4,6$\}$.

Correspondance entre événement et ensemble

Les opérations logiques sur les événements : ”et”, ”ou”, ”négation” se traduisent par des opérations ensemblistes : intersection, réunion, passage au complémentaire. Voici un tableau de correspondance entre les deux langages.

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\overline{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Correspondance entre événement et ensemble

Notations	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
$\emptyset$	ensemble vide	événement impossible
Ω	ensemble plein	événement certain
ω	élément de Ω	événement élémentaire
A	partie de Ω	événement de Ω
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω est une des réalisations possibles de A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A dans Ω	événement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont disjoints	A et B sont incompatibles

Tribu d'événements

Définition

On appelle tribu d'événements, notée $\mathcal{T}$, toute famille de parties de Ω (i.e. $\mathcal{T} \subset \mathcal{P}(\Omega)$) vérifiant les propriétés suivantes :

1. $\Omega \in \mathcal{T}$
2. $\forall A \in \mathcal{T}, \ \bar{A} \in \mathcal{T}$
3. Pour toute suite $(A_n)_{n \in N}$ d'éléments de $\mathcal{T}$, $\cup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{T}$

Tribu d'événements

Définition

On appelle tribu d'événements, notée $\mathcal{T}$, toute famille de parties de Ω (i.e. $\mathcal{T} \subset \mathcal{P}(\Omega)$) vérifiant les propriétés suivantes :

1. $\Omega \in \mathcal{T}$
2. $\forall A \in \mathcal{T},\ \bar{A} \in \mathcal{T}$
3. Pour toute suite $(A_n)_{n \in N}$ d'éléments de $\mathcal{T}$, $\cup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{T}$

Tribu d'événements

Définition

On appelle tribu d'événements, notée $\mathcal{T}$, toute famille de parties de Ω (i.e. $\mathcal{T} \subset \mathcal{P}(\Omega)$) vérifiant les propriétés suivantes :

1. $\Omega \in \mathcal{T}$
2. $\forall A \in \mathcal{T},\ \bar{A} \in \mathcal{T}$
3. Pour toute suite $(A_n)_{n \in N}$ d'éléments de $\mathcal{T}$, $\cup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{T}$

Probabilité

Définition

Soit Ω un ensemble fondamental et $\mathcal{T}$ une tribu d'événements de Ω. On appelle probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$ toute application $\mathbb{P}$ de $\mathcal{T}$ dans $[0, 1]$ vérifiant :

(i) $\mathbb{P}(\Omega) = 1$

(ii) Pour tout ensemble dénombrable d'événements deux à deux disjoints (incompatibles) :

$$\mathbb{P}(\cup_{n=1}^{\infty} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_n)$$

Le triplet $(\Omega, \mathcal{T}, \mathbb{P})$ s'appelle espace probabilisé.

Propriétés d'une Probabilité

Proposition

Soit $\mathbb{P}$ une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$

1. $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
2. $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$
3. $\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$
4. $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(B - A) = \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A)$ et $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$ $B - A$ étant le complémentaire de A dans B.

Propriétés d'une Probabilité

Proposition

Soit $\mathbb{P}$ une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$

1. $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
2. $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$
3. $\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$
4. $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(B - A) = \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A)$ et $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$ $B - A$ étant le complémentaire de A dans B.

Propriétés d'une Probabilité

Proposition

Soit $\mathbb{P}$ une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$

1. $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
2. $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$
3. $\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$
4. $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(B - A) = \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A)$ et $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$ $B - A$ étant le complémentaire de A dans B.

Propriétés d'une Probabilité

Proposition

Soit $I\!P$ une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$

1. $I\!P(\emptyset) = 0$
2. $I\!P(A \cup B) = I\!P(A) + I\!P(B) - I\!P(A \cap B)$
3. $I\!P(\bar{A}) = 1 - I\!P(A)$
4. $A \subset B \Rightarrow I\!P(B - A) = I\!P(B) - I\!P(A)$ et $I\!P(A) \leq I\!P(B)$ $B - A$ étant le complémentaire de A dans B.

Probabilité sur Ω fini

Pour Ω fini ou dénombrable, on convient de choisir $\mathcal{T} = \mathcal{P}(\Omega)$

Proposition

Soit $\Omega = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ un ensemble à n éléments. Alors toute probabilité $\mathbb{P}$ sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ est entièrement déterminé par les valeurs $p_i = \mathbb{P}(\{x_i\}),\ 1 \leq i \leq n$ vérifiant

$$p_i \geq 0 \ \text{ et } \ p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$$

Probabilité sur Ω fini

Pour Ω fini ou dénombrable, on convient de choisir $\mathcal{T} = \mathcal{P}(\Omega)$

Proposition

Soit $\Omega = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ un ensemble à n éléments. Alors toute probabilité $\mathbb{P}$ sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ est entièrement déterminé par les valeurs $p_i = \mathbb{P}(\{x_i\}),\ 1 \leq i \leq n$ vérifiant

$$p_i \geq 0 \ \text{ et } \ p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$$

Si de plus, on a équiprobabilité (i.e. tous les événements élémentaires ont la même probabilité d'être réalisé, on a

$$p_i = \frac{1}{Card\Omega} = \frac{1}{n}, \quad \forall i \in \{1, \ldots, n\}$$

Probabilité sur Ω fini

Pour Ω fini ou dénombrable, on convient de choisir $\mathcal{T} = \mathcal{P}(\Omega)$

Proposition

Soit $\Omega = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ un ensemble à n éléments. Alors toute probabilité $\mathbb{P}$ sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ est entièrement déterminé par les valeurs $p_i = \mathbb{P}(\{x_i\}),\ 1 \leq i \leq n$ vérifiant

$$p_i \geq 0 \ \text{ et } \ p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$$

Si de plus, on a équiprobabilité (i.e. tous les événements élémentaires ont la même probabilité d'être réalisé, on a

$$p_i = \frac{1}{Card\Omega} = \frac{1}{n}, \ \ \forall i \in \{1, \ldots, n\}$$

Donc,

$$\forall A \in \mathcal{P}(\Omega), \ \ \mathbb{P}(A) = \frac{CardA}{Card\Omega}$$

Probabilité sur Ω fini

Exemple

On jette deux dés équilibrés de deux couleurs différentes et on note leurs faces supérieures. Soit A_k l'événement "la somme des deux dés est égales à k". Calculer la probabilité de l'événement A_k pour chaque valeur possible de k.

Probabilité sur Ω infini dénombrable

Proposition

Soit $(\Omega, \mathcal{T})$ un espace probabilisable avec $\Omega = \{x_i,\ i \in \mathbb{N}\}$ un ensemble infini dénombrable $(x_i \neq x_j,\ \text{ pour } i \neq j)$. Alors, il existe une probabilité $\mathbb{P}$ sur $(\Omega, \mathcal{T})$ telle que $p_i = \mathbb{P}(\{x_i\})$, si et seulement si les nombres p_i vérifient :

1. $p_i \geq 0$ pour tout i,
2. La série de terme général p_i converge et sa somme est égale à 1.

Probabilité sur Ω infini dénombrable

Proposition

Soit $(\Omega, \mathcal{T})$ un espace probabilisable avec $\Omega = \{x_i,\ i \in \mathbb{N}\}$ un ensemble infini dénombrable ($x_i \neq x_j$, pour $i \neq j$) . Alors, il existe une probabilité $\mathbb{P}$ sur $(\Omega, \mathcal{T})$ telle que $p_i = \mathbb{P}(\{x_i\})$, si et seulement si les nombres p_i vérifient :

1. $p_i \geq 0$ pour tout i,
2. La série de terme général p_i converge et sa somme est égale à 1.

Probabilité sur Ω infini dénombrable

Proposition

Soit $(\Omega, \mathcal{T})$ un espace probabilisable avec $\Omega = \{x_i,\ i \in \mathbb{N}\}$ un ensemble infini dénombrable ($x_i \neq x_j$, pour $i \neq j$) . Alors, il existe une probabilité $\mathbb{P}$ sur $(\Omega, \mathcal{T})$ telle que $p_i = \mathbb{P}(\{x_i\})$, si et seulement si les nombres p_i vérifient :

1. $p_i \geq 0$ pour tout i,
2. La série de terme général p_i converge et sa somme est égale à 1.

Exemple

On considère $\mathcal{E}$ l'expérience aléatoire suivante : "On joue à Pile ou Face jusqu'à obtenir Pile". Quels sont les résultats possibles de cette expérience ? Soit l'application $\mathbb{P}$ qui fait correspondre à chaque événement élémentaire $\{w_n\}$ le nombre $\frac{1}{2^n}$. Montrer que l'on a défini une probabilité sur l'espace $(\Omega, \mathcal{T})$ associé à l'expérience aléatoire $\mathcal{E}$

Principe de multiplication

Principe

Lorsqu'un événement est la conjugaison de n étapes présentant respectivement $n_1, n_2, \ldots, n_n$ possibilités, le nombre total de possibilités correspond au produit $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_n$

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?
Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?

Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?
Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?

Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?

Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?
Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?
Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?

Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?

Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

Principe de multiplication

Application1

Une association de consommateurs note un produit selon 3 critères :

- Facilité d'utilisation (F) : Bonne (F1), Moyenne (F2), Mauvaise (F3).
- Prix (P) : Cher (P1), Pas cher (P2).
- Coût de maintenance (C) : Cher (C1), Moyen (C2), pas cher (C3).

Combien y a t-il de possibilités de classement pour un produit ?

Application2

On a un code à 4 caractères issus de la grille suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9
A	0	B

Combien de codes peut-on former ?
Si le code est composé d'une lettre suivie de 3 chiffres. Combien y-t-il de codes possibles ?

P-listes

Définition

Une p-liste est une collection de p objets pris successivement et avec remise parmi n objets en tenant compte de l'ordre d'apparition.
Le nombre de listes à p éléments est n^p

Exemple

Une urne contient 8 boules numérotées de 1 à 8. On en tire successivement 5, en notant après chaque tirage le numéro obtenu puis en remettant la boule tirée dans l'urne avant le tirage suivant. Combien y-t-il de possibilités ?

P-listes

Définition

Une p-liste est une collection de p objets pris successivement et avec remise parmi n objets en tenant compte de l'ordre d'apparition.
Le nombre de listes à p éléments est n^p

Exemple

Une urne contient 8 boules numérotées de 1 à 8. On en tire successivement 5, en notant après chaque tirage le numéro obtenu puis en remettant la boule tirée dans l'urne avant le tirage suivant. Combien y-t-il de possibilités ?

P-listes

Définition

Une p-liste est une collection de p objets pris successivement et avec remise parmi n objets en tenant compte de l'ordre d'apparition.
Le nombre de listes à p éléments est n^p

Exemple

Une urne contient 8 boules numérotées de 1 à 8. On en tire successivement 5, en notant après chaque tirage le numéro obtenu puis en remettant la boule tirée dans l'urne avant le tirage suivant. Combien y-t-il de possibilités ?

Arrangements

Définition

Un arrangement est une collection de p objets pris successivement et sans remise parmi n objets en tenant compte de l'ordre d'apparition.
Le nombre d'arrangements de p éléments distincts choisis parmi n est

$$A_n^p = n.(n-1).(n-2).\dots.(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemple

on a 5 puces électroniques distincts mais interchangeables. De combien de manières peut-on les aligner ?

Arrangements

Définition

Un arrangement est une collection de p objets pris successivement et sans remise parmi n objets en tenant compte de l'ordre d'apparition.
Le nombre d'arrangements de p éléments distincts choisis parmi n est

$$A_n^p = n.(n-1).(n-2).\dots.(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemple

on a 5 puces électroniques distincts mais interchangeables. De combien de manières peut-on les aligner ?

Arrangements

Définition

Un arrangement est une collection de p objets pris successivement et sans remise parmi n objets en tenant compte de l'ordre d'apparition.
Le nombre d'arrangements de p éléments distincts choisis parmi n est

$$A_n^p = n.(n-1).(n-2).\dots.(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemple

on a 5 puces électroniques distincts mais interchangeables. De combien de manières peut-on les aligner ?

Permutations

Définition

Tout classement ordonné de n éléments distincts est une permutation de ces éléments.
Le nombre de permutations de n objets est $n!$

Exemple

De combien de manière peut-on classer 4 individus ?

Permutations

Définition

Tout classement ordonné de n éléments distincts est une permutation de ces éléments.
Le nombre de permutations de n objets est $n!$

Exemple

De combien de manière peut-on classer 4 individus ?

Permutations

Définition

Tout classement ordonné de n éléments distincts est une permutation de ces éléments.
Le nombre de permutations de n objets est $n!$

Exemple

De combien de manière peut-on classer 4 individus ?

Permutations avec répétition

Définition

Le nombre de permutations que l'on peut constituer si certains des éléments sont identiques est plus petit si tous les éléments sont distincts.
Lorsque seuls k éléments sont distincts ($k \leq n$), chacun d'eux apparaissant $n_1, n_2, \ldots, n_k$ fois, avec $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$ et $n_i \geq 1$, on a :

$$\bar{P}_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!}$$

Exemple

Une urne contient 3 boules rouges identiques et 6 boules noires identiques.
De combien de façons peut-on choisir les 9 boules ?

Permutations avec répétition

Définition

Le nombre de permutations que l'on peut constituer si certains des éléments sont identiques est plus petit si tous les éléments sont distincts.
Lorsque seuls k éléments sont distincts ($k \leq n$), chacun d'eux apparaissant $n_1, n_2, \ldots, n_k$ fois, avec $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$ et $n_i \geq 1$, on a :

$$\bar{P}_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \, \ldots \, n_k!}$$

Exemple

Une urne contient 3 boules rouges identiques et 6 boules noires identiques.
De combien de façons peut-on choisir les 9 boules ?

Permutations avec répétition

Définition

Le nombre de permutations que l'on peut constituer si certains des éléments sont identiques est plus petit si tous les éléments sont distincts.
Lorsque seuls k éléments sont distincts ($k \leq n$), chacun d'eux apparaissant $n_1, n_2, \ldots, n_k$ fois, avec $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$ et $n_i \geq 1$, on a :

$$\bar{P}_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \, \ldots \, n_k!}$$

Exemple

Une urne contient 3 boules rouges identiques et 6 boules noires identiques.
De combien de façons peut-on choisir les 9 boules ?

Permutations avec répétition

Définition

Le nombre de permutations que l'on peut constituer si certains des éléments sont identiques est plus petit si tous les éléments sont distincts.
Lorsque seuls k éléments sont distincts ($k \leq n$), chacun d'eux apparaissant $n_1, n_2, \ldots, n_k$ fois, avec $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$ et $n_i \geq 1$, on a :

$$\bar{P}_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!}$$

Exemple

Une urne contient 3 boules rouges identiques et 6 boules noires identiques.
De combien de façons peut-on choisir les 9 boules ?

Combinaisons

Définition

Une combinaison est collection de p objets pris simultanément parmi n, donc sans tenir compte de l'ordre d'apparition.
Le nombre de combinaisons de p éléments choisis parmi n est :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Exemple

De combien de façons peut-on choisir 3 assistants de laboratoire parmi 20 pour assister dans une expérience ?

Combinaisons

Définition

Une combinaison est collection de p objets pris simultanément parmi n, donc sans tenir compte de l'ordre d'apparition.
Le nombre de combinaisons de p éléments choisis parmi n est :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Exemple

De combien de façons peut-on choisir 3 assistants de laboratoire parmi 20 pour assister dans une expérience ?

Combinaisons

Définition

Une combinaison est collection de p objets pris simultanément parmi n, donc sans tenir compte de l'ordre d'apparition.
Le nombre de combinaisons de p éléments choisis parmi n est :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Exemple

De combien de façons peut-on choisir 3 assistants de laboratoire parmi 20 pour assister dans une expérience ?

Combinaisons

Propriétés

1. $C_n^0 = C_n^n = 1$
2. $C_n^p = C_n^{n-p}$ (complémentaire)
3. $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ (triangle de Pascal)
4. $A_n^p = p! C_n^p$
5. $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i}$ (formule de binôme)

En raison de la dernière propriété, le nombre C_n^i s'appelle coefficient binomial.

Combinaisons

Propriétés

1. $C_n^0 = C_n^n = 1$
2. $C_n^p = C_n^{n-p}$ (complémentaire)
3. $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ (triangle de Pascal)
4. $A_n^p = p! C_n^p$
5. $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i}$ (formule de binôme)

En raison de la dernière propriété, le nombre C_n^i s'appelle coefficient binomial.

Combinaisons

Propriétés

1. $C_n^0 = C_n^n = 1$
2. $C_n^p = C_n^{n-p}$ (complémentaire)
3. $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ (triangle de Pascal)
4. $A_n^p = p! C_n^p$
5. $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i}$ (formule de binôme)

En raison de la dernière propriété, le nombre C_n^i s'appelle coefficient binomial.

Combinaisons

Propriétés

1. $C_n^0 = C_n^n = 1$
2. $C_n^p = C_n^{n-p}$ (complémentaire)
3. $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ (triangle de Pascal)
4. $A_n^p = p! C_n^p$
5. $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i}$ (formule de binôme)

En raison de la dernière propriété, le nombre C_n^i s'appelle coefficient binomial.

Combinaisons

Propriétés

1. $C_n^0 = C_n^n = 1$
2. $C_n^p = C_n^{n-p}$ (complémentaire)
3. $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ (triangle de Pascal)
4. $A_n^p = p! C_n^p$
5. $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i}$ (formule de binôme)

En raison de la dernière propriété, le nombre C_n^i s'appelle coefficient binomial.

Combinaisons

Propriétés

1. $C_n^0 = C_n^n = 1$
2. $C_n^p = C_n^{n-p}$ (complémentaire)
3. $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ (triangle de Pascal)
4. $A_n^p = p! C_n^p$
5. $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i}$ (formule de binôme)

En raison de la dernière propriété, le nombre C_n^i s'appelle coefficient binomial.

Combinaisons

Propriétés

1. $C_n^0 = C_n^n = 1$
2. $C_n^p = C_n^{n-p}$ (complémentaire)
3. $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ (triangle de Pascal)
4. $A_n^p = p! C_n^p$
5. $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i}$ (formule de binôme)

En raison de la dernière propriété, le nombre C_n^i s'appelle coefficient binomial.

Probabilité conditionnelle

Problème

Comment doit-on modifier la probabilité que l'on attribue à un événement lorsque l'on dispose d'une information supplémentaire ?

Exemple

Une population est formée de 40% d'hommes et de 60% de femmes. On sait que le pourcentage de fumeurs parmi les hommes est 50%, et parmi les femmes, de 30%. Quelle est la probabilité qu'un homme choisi au hasard soit fumeur ?

Probabilité conditionnelle

Problème

Comment doit-on modifier la probabilité que l'on attribue à un événement lorsque l'on dispose d'une information supplémentaire ?

Exemple

Une population est formée de 40% d'hommes et de 60% de femmes. On sait que le pourcentage de fumeurs parmi les hommes est 50%, et parmi les femmes, de 30%. Quelle est la probabilité qu'un homme choisi au hasard soit fumeur ?

Probabilité conditionnelle

Définition

Soit $(\Omega, \mathcal{T}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé, B un événement dont la probabilité est non nulle. Soit A un événement, on appelle probabilité de A sachant B, et on note $\mathbb{P}(A|B)$, le nombre défini par

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

N. B : L'écriture $A|B$ ne désigne pas un nouvel événement différent de A. Il serait plus correct d'écrire $\mathbb{P}_B(A)$ que $\mathbb{P}(A|B)$. Néanmoins,on conservera cette dernière notation pour des raisons typographiques : $\mathbb{P}(A|B_1 \cap B_2 \cap B_3)$ est plus lisible que $\mathbb{P}_{B_1 \cap B_2 \cap B_3}(A)$

Probabilité conditionnelle

Définition

Soit $(\Omega, \mathcal{T}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé, B un événement dont la probabilité est non nulle. Soit A un événement, on appelle probabilité de A sachant B, et on note $\mathbb{P}(A|B)$, le nombre défini par

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

N. B : L'écriture $A|B$ ne désigne pas un nouvel événement différent de A. Il serait plus correct d'écrire $\mathbb{P}_B(A)$ que $\mathbb{P}(A|B)$. Néanmoins,on conservera cette dernière notation pour des raisons typographiques : $\mathbb{P}(A|B_1 \cap B_2 \cap B_3)$ est plus lisible que $\mathbb{P}_{B_1 \cap B_2 \cap B_3}(A)$

Probabilité conditionnelle

Proposition

L'application $\mathbb{P}_B : \mathcal{T} \to [0, 1]$, définie par

$$\forall A \in \mathcal{T}, \quad \mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}(A|B)$$

est une probabilité appelée probabilité conditionnelle de A sachant B.

Probabilité conditionnelle

Proposition

L'application $\mathbb{P}_B : \mathcal{T} \to [0, 1]$, définie par

$$\forall A \in \mathcal{T}, \quad \mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}(A|B)$$

est une probabilité appelée probabilité conditionnelle de A sachant B.

Remarque : Ce qui fait l'intérêt du concept de probabilité conditionnelle, c'est qu'il est souvent plus facile d'attribuer directement une valeur à $\mathbb{P}(A|B)$ en tenant compte des conditions expérimentales (liées à l'information B) et d'en déduire ensuite la valeur de $\mathbb{P}(A \cap B)$

Probabilité conditionnelle

Proposition

L'application $\mathbb{P}_B : \mathcal{T} \to [0, 1]$, définie par

$$\forall A \in \mathcal{T}, \quad \mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}(A|B)$$

est une probabilité appelée probabilité conditionnelle de A sachant B.

Remarque : Ce qui fait l'intérêt du concept de probabilité conditionnelle, c'est qu'il est souvent plus facile d'attribuer directement une valeur à $\mathbb{P}(A|B)$ en tenant compte des conditions expérimentales (liées à l'information B) et d'en déduire ensuite la valeur de $\mathbb{P}(A \cap B)$

Exemple

Une urne contient r boules rouges et v boules vertes. On en tire deux l'une après l'autre, sans remise. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules rouges ?

Probabilité conditionnelle

Corollaire

L'application $\mathbb{P}_B$ vérifie :

1. L'application $\mathbb{P}(\emptyset|B) = 0$, et si $A \supset B$, $\mathbb{P}(A|B) = 1$.
2. Si les A_i sont deux à deux disjoints :
$$\mathbb{P}(\cup_{i=1}^{n} A_n|B) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i|B)$$
3. Pour tout $A \in \mathcal{T}$, $\mathbb{P}(A^c|B) = 1 - \mathbb{P}(A|B)$.
4. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$, si $A \subset D$, $\mathbb{P}(A|B) \leq \mathbb{P}(D|B)$.
5. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$,
$$\mathbb{P}(A \cup D|B) = \mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(D|B) - \mathbb{P}(A \cap D|B)$$

Probabilité conditionnelle

Corollaire

L'application $\mathbb{P}_B$ vérifie :

1. L'application $\mathbb{P}(\emptyset|B) = 0$, et si $A \supset B$, $\mathbb{P}(A|B) = 1$.
2. Si les A_i sont deux à deux disjoints :

$$\mathbb{P}(\cup_{i=1}^{n} A_n|B) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i|B)$$

3. Pour tout $A \in \mathcal{T}$, $\mathbb{P}(A^c|B) = 1 - \mathbb{P}(A|B)$.
4. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$, si $A \subset D$, $\mathbb{P}(A|B) \leq \mathbb{P}(D|B)$.
5. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$,

$$\mathbb{P}(A \cup D|B) = \mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(D|B) - \mathbb{P}(A \cap D|B)$$

Probabilité conditionnelle

Corollaire

L'application $\mathbb{P}_B$ vérifie :

1. L'application $\mathbb{P}(\emptyset|B) = 0$, et si $A \supset B$, $\mathbb{P}(A|B) = 1$.
2. Si les A_i sont deux à deux disjoints :

$$\mathbb{P}(\cup_{i=1}^{n} A_n|B) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i|B)$$

3. Pour tout $A \in \mathcal{T}$, $\mathbb{P}(A^c|B) = 1 - \mathbb{P}(A|B)$.
4. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$, si $A \subset D$, $\mathbb{P}(A|B) \leq \mathbb{P}(D|B)$.
5. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$,

$$\mathbb{P}(A \cup D|B) = \mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(D|B) - \mathbb{P}(A \cap D|B)$$

Probabilité conditionnelle

Corollaire

L'application $\mathbb{P}_B$ vérifie :

1. L'application $\mathbb{P}(\emptyset|B) = 0$, et si $A \supset B$, $\mathbb{P}(A|B) = 1$.
2. Si les A_i sont deux à deux disjoints :

$$\mathbb{P}(\cup_{i=1}^{n} A_n|B) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i|B)$$

3. Pour tout $A \in \mathcal{T}$, $\mathbb{P}(A^c|B) = 1 - \mathbb{P}(A|B)$.
4. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$, si $A \subset D$, $\mathbb{P}(A|B) \leq \mathbb{P}(D|B)$.
5. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$,

$$\mathbb{P}(A \cup D|B) = \mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(D|B) - \mathbb{P}(A \cap D|B)$$

Probabilité conditionnelle

Corollaire

L'application $\mathbb{P}_B$ vérifie :

1. L'application $\mathbb{P}(\emptyset|B) = 0$, et si $A \supset B$, $\mathbb{P}(A|B) = 1$.
2. Si les A_i sont deux à deux disjoints :
$$\mathbb{P}(\cup_{i=1}^{n} A_n|B) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A_i|B)$$
3. Pour tout $A \in \mathcal{T}$, $\mathbb{P}(A^c|B) = 1 - \mathbb{P}(A|B)$.
4. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$, si $A \subset D$, $\mathbb{P}(A|B) \leq \mathbb{P}(D|B)$.
5. Pour tout A, $D \in \mathcal{T}$,
$$\mathbb{P}(A \cup D|B) = \mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(D|B) - \mathbb{P}(A \cap D|B)$$

Formule de probabilités composées

Proposition

Soient n événements $A_1, \ldots, A_n$ tels que $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) \neq 0$. Alors :

$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2|A_1)\mathbb{P}(A_3|A_2 \cap A_1)\ldots\mathbb{P}(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{n-1})$$

Exemple

Une urne contient initialement 7 boules noires et 3 boules blanches. On tire successivement 3 boules : si on tire une noire, on l'enlève, si on tire une blanche, on la retire, et on ajoute une noire à la place. Quelle est la probabilité de tirer 3 blanches à la suite ?

Formule de probabilités composées

Proposition

Soient n événements $A_1, \ldots, A_n$ tels que $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) \neq 0$. Alors :

$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2|A_1)\mathbb{P}(A_3|A_2 \cap A_1)\ldots\mathbb{P}(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{n-1})$$

Exemple

Une urne contient initialement 7 boules noires et 3 boules blanches. On tire successivement 3 boules : si on tire une noire, on l'enlève, si on tire une blanche, on la retire, et on ajoute une noire à la place. Quelle est la probabilité de tirer 3 blanches à la suite ?

Formule de probabilités totales

Définition

Un système complet d'événements (ou une partition) est une famille d'événements $(A_i)_{i\in I}$ ($I \subset \mathbb{N}$) qui sont incompatibles deux à deux et dont la réunion est l'ensemble Ω, c'est-à-dire

$$A_i \neq \emptyset,\ \forall i \neq j, \quad \text{et} \quad \sqcup_{i\in I} A_i = \Omega$$

Proposition

Soit $(A_i)_{i\in I}$ un système complet d'événements d'un espace probabilisé tels que $\mathbb{P}(A_i) \neq 0$, $\forall i \in I$. Alors, pour tout événement B on a :

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i\in I} \mathbb{P}(A_i)\mathbb{P}(B|A_i)$$

Formule de probabilités totales

Définition

Un système complet d'événements (ou une partition) est une famille d'événements $(A_i)_{i\in I}$ ($I \subset \mathbb{N}$) qui sont incompatibles deux à deux et dont la réunion est l'ensemble Ω, c'est-à-dire

$$A_i \neq \emptyset,\ \forall i \neq j, \quad \text{et} \quad \sqcup_{i\in I} A_i = \Omega$$

Proposition

Soit $(A_i)_{i\in I}$ un système complet d'événements d'un espace probabilisé tels que $\mathbb{P}(A_i) \neq 0$, $\forall i \in I$. Alors, pour tout événement B on a :

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i\in I} \mathbb{P}(A_i)\mathbb{P}(B|A_i)$$

Formule de probabilités totales

Exemple

Une population est formée de 40% d'hommes et de 60% de femmes. On sait que le pourcentage de fumeurs parmi les hommes est 50%, et parmi les femmes, de 30%. Si on choisi un individu au hasard,

1. Quelle est la probabilité de choisir un fumeur ?

Formule de probabilités totales

Exemple

Une population est formée de 40% d'hommes et de 60% de femmes. On sait que le pourcentage de fumeurs parmi les hommes est 50%, et parmi les femmes, de 30%. Si on choisi un individu au hasard,

1. Quelle est la probabilité de choisir un fumeur ?

Formule de Bayes

Soit B un événement de probabilité non nulle. Si les événements A_i, $(1 \leq i \leq n)$ forment une partition de Ω et aucun $\mathbb{P}(A_i)$ n'est nul, on a tout $j = 1, \ldots, n$:

$$\mathbb{P}(A_i|B) = \frac{\mathbb{P}(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i \in I} \mathbb{P}(A_i)\mathbb{P}(B|A_i)}.$$

Formule de probabilités totales

Exemple

Une population est formée de 40% d'hommes et de 60% de femmes. On sait que le pourcentage de fumeurs parmi les hommes est 50%, et parmi les femmes, de 30%. Si on choisi un individu au hasard,

1. Quelle est la probabilité de choisir un fumeur ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit un homme, sachant qu'il est fumeur ?

Formule de Bayes

Soit B un événement de probabilité non nulle. Si les événements A_i, $(1 \leq i \leq n)$ forment une partition de Ω et aucun $\mathbb{P}(A_i)$ n'est nul, on a tout $j = 1, \ldots, n$:

$$\mathbb{P}(A_i|B) = \frac{\mathbb{P}(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i \in I} \mathbb{P}(A_i)\mathbb{P}(B|A_i)}.$$

Indépendance d'événements

Définition

Deux événements A et B d'un espace probabilisé sont dits indépendants lorsque :

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

Indépendance d'événements

Définition

Deux événements A et B d'un espace probabilisé sont dits indépendants lorsque :

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

Proposition

Si A et B sont des événements de probabilité non nulle, les trois égalités suivantes sont équivalentes :

1. $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
2. $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$
3. $\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$

Indépendance d'événements

Définition

Deux événements A et B d'un espace probabilisé sont dits indépendants lorsque :

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

Proposition

Si A et B sont des événements de probabilité non nulle, les trois égalités suivantes sont équivalentes :

1. $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
2. $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$
3. $\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$

Indépendance d'événements

Définition

Deux événements A et B d'un espace probabilisé sont dits indépendants lorsque :

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

Proposition

Si A et B sont des événements de probabilité non nulle, les trois égalités suivantes sont équivalentes :

1. $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
2. $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$
3. $\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$

Indépendance d'événements

Exemple

On jette deux fois le même dé. Les événements
A =" obtention d'un chiffre pair au premier lancer"
B="obtention du 1 au deuxième lancer"
sont indépendants.

Remarques

1. Si A est un événement tel que $\mathbb{P}(A) = 0$ ou $\mathbb{P}(A) = 1$, alors il est indépendant de tout événement, y compris de lui même.
2. Deux événements incompatibles A et B avec $\mathbb{P}(A) > 0$ ou $\mathbb{P}(B) > 0$ ne sont jamais indépendants.

Indépendance d'événements

Exemple

On jette deux fois le même dé. Les événements
A =" obtention d'un chiffre pair au premier lancer"
B="obtention du 1 au deuxième lancer"
sont indépendants.

Remarques

1. Si A est un événement tel que $\mathbb{P}(A) = 0$ ou $\mathbb{P}(A) = 1$, alors il est indépendant de tout événement, y compris de lui même.
2. Deux événements incompatibles A et B avec $\mathbb{P}(A) > 0$ ou $\mathbb{P}(B) > 0$ ne sont jamais indépendants.

Indépendance d'événements

Exemple

On jette deux fois le même dé. Les événements
A =" obtention d'un chiffre pair au premier lancer"
B="obtention du 1 au deuxième lancer"
sont indépendants.

Remarques

1. Si A est un événement tel que $\mathbb{P}(A) = 0$ ou $\mathbb{P}(A) = 1$, alors il est indépendant de tout événement, y compris de lui même.
2. Deux événements incompatibles A et B avec $\mathbb{P}(A) > 0$ ou $\mathbb{P}(B) > 0$ ne sont jamais indépendants.

Indépendance d'événements

Définition

Trois événements A, B, C sont dits mutuellement indépendants (ou indépendants dans leur ensemble) lorsqu'ils vérifient les quatre conditions :

1. $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
2. $P(B \cap C) = P(B)P(C)$
3. $P(C \cap A) = P(C)P(A)$
4. $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$

Indépendance d'événements

Définition

Trois événements A, B, C sont dits mutuellement indépendants (ou indépendants dans leur ensemble) lorsqu'ils vérifient les quatre conditions :

1. $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
2. $\mathbb{P}(B \cap C) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$
3. $\mathbb{P}(C \cap A) = \mathbb{P}(C)\mathbb{P}(A)$
4. $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$

Indépendance d'événements

Définition

Trois événements A, B, C sont dits mutuellement indépendants (ou indépendants dans leur ensemble) lorsqu'ils vérifient les quatre conditions :

1. $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
2. $\mathbb{P}(B \cap C) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$
3. $\mathbb{P}(C \cap A) = \mathbb{P}(C)\mathbb{P}(A)$
4. $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$

Indépendance d'événements

Définition

Trois événements A, B, C sont dits mutuellement indépendants (ou indépendants dans leur ensemble) lorsqu'ils vérifient les quatre conditions :

1. $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
2. $\mathbb{P}(B \cap C) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$
3. $\mathbb{P}(C \cap A) = \mathbb{P}(C)\mathbb{P}(A)$
4. $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$

Indépendance d'événements

Définition

Trois événements A, B, C sont dits mutuellement indépendants (ou indépendants dans leur ensemble) lorsqu'ils vérifient les quatre conditions :

1. $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
2. $\mathbb{P}(B \cap C) = \mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$
3. $\mathbb{P}(C \cap A) = \mathbb{P}(C)\mathbb{P}(A)$
4. $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$